

1 第1课时 感受无限不循环小数

A 知识要点分类练

夯实基础

知识点 1 无限不循环小数的发现

1. 如图 2-1-1, 在直角三角形中, (注: 每问的最后一个空填“是”或“不是”)

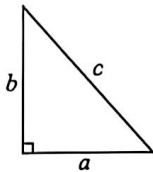


图 2-1-1

(1) 若 $b=4, c=5$, 则 $a^2=$

_____, a _____ 整数;

(2) 若 $b=0.4, c=0.5$, 则 $a^2=$ _____,

a _____ 分数;

(3) 若 $b=5, c=10$, 则 $a^2=$ _____, a _____

整数或分数;

(4) 整数与分数统称 _____. 第(3)问中 a _____ 有理数.

2. 下面各数不是有理数的是 ()

A. $\frac{1}{7}$ B. -3 C. π D. 0

3. (教材随堂练习变式) 如图 2-1-2, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 两直角边长分别为 $a=2, b=3$, 斜边长为 c .

(1) c 是整数吗?

(2) c 是有理数吗? 说说你的理由.

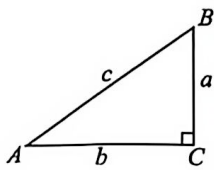


图 2-1-2

知识点 2 用“夹逼法”估计非有理数的近似值

4. 小明想了解一个面积是 5 的正方形的边长 a 的近似值, 首先, 他通过计算得到 $2^2=4, 3^2=9$, 所以 a 的整数部分是 _____. 又因为 $2.2^2=4.84, 2.3^2=5.29$, 所以他得到 _____ $< a <$ _____.

5. 已知在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ, AC=1, BC=3$, 则 AB 的取值范围是 ()

A. $3.0 < AB < 3.1$ B. $3.1 < AB < 3.2$
C. $3.2 < AB < 3.3$ D. $3.3 < AB < 3.4$

6. 估计面积为 7 的正方形的边长 a 的值(结果精确到 0.1)是 _____.

B 规律方法综合练

训练思维

7. 下列各数中, 一定是无限不循环小数的是 ()

A. 体积为 64 的正方体的棱长
B. 面积为 π^2 的正方形的边长
C. 表面积为 24 的正方体的棱长
D. 长为 4, 宽为 3 的长方形的对角线长

8. (教材习题 2.1T5 变式) 如图 2-1-3, 在下列 4×4 的各网格图中, 每个小正方形的边长都为 1, 请在每一个图中分别画出一条线段, 且它们的长度均表示不等的不是有理数的数.

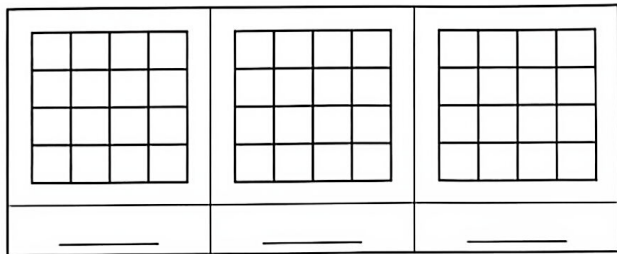


图 2-1-3

(注: 横线上填入对应的数的平方)

9. 若一个小正方形的面积增加 9 cm^2 , 则与一边长为 6 cm 的大正方形的面积相等.

(1) 小正方形的面积是 _____;

(2) 判断小正方形的边长是有理数吗? 请说明理由;

(3) 估计小正方形的边长(单位: cm)的整数部分为 _____.

第2课时 认识实数

A 知识要点分类练

夯实基础

知识点1 无理数的概念

1. (教材随堂练习 T1 变式) 下列各数中, 哪些是有理数, 哪些是无理数?

$-0.5, \pi, 5, \frac{22}{7}, 0, 3.1010010001\cdots$ (相邻两个 1 之间 0 的个数逐次加 1), $-0.\dot{3}$.

知识点2 实数的概念及分类

2. 下列说法不正确的是 ()

A. 实数包括正实数、零、负实数
B. 正整数和负整数统称为整数
C. 无理数一定是无限小数
D. 负实数包括负有理数和负无理数

3. 把下列各数填入相应的集合中:

$-\frac{1}{10}, 0.\dot{3}, \frac{\pi}{3}, -7.\dot{5}, -3.14152, 0, \frac{11}{7},$
 $-0.2121121112\cdots$ (相邻两个 2 之间 1 的个数逐次加 1).

有理数集合: { ... };

无理数集合: { ... };

正实数集合: { ... };

负实数集合: { ... }.

知识点3 实数的相反数、倒数、绝对值

4. $-\pi$ 的相反数是 , 绝对值是 ,
倒数是 .

5. 比较大小: $-\pi$ -3.141 . (填“>”
“<”或“=”)

知识点4 实数与数轴上的点的关系

6. 有下列结论: ①数轴上的点只能表示无理数;
②任何一个无理数都能用数轴上的点表示;
③实数与数轴上的点一一对应; ④有理数有无限个, 无理数有有限个. 其中正确的结论是 ()
A. ①② B. ②③ C. ③④ D. ②③④
7. (教材思考交流改编) 已知某正方形的边长为 a , 满足 $a^2 = 10$, 在数轴上找到 a 所对应的点.

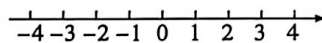


图 2-1-4

B 规律方法综合练

训练思维

8. 已知 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, 则下列三角形中, 斜边长为无理数的是 ()

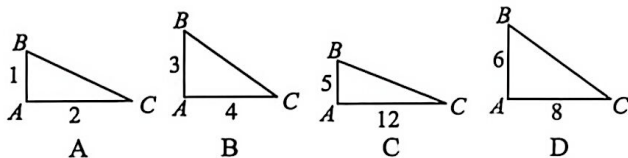


图 2-1-5

9. 若 $x > 0$ 且 $x^2 = 5$, 则 $|x - \pi| =$.
10. 已知正方形网格中的每一个小正方形的边长都是 1, 小正方形的顶点叫作格点.

(1) 如图 2-1-6 ①, 以格点为顶点的 $\triangle ABC$ 中, 请判断 AB, BC, AC 三边的长度是有理数还是无理数;

(2) (教材习题 2.1T6 变式) 在图②中, 以格点为顶点画一个直角三角形, 使三角形的三边长一边是有理数, 其余两边是无理数.

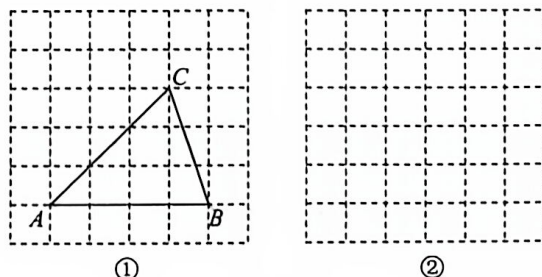


图 2-1-6

2 第1课时 算术平方根

A 知识要点分类练

夯实基础

知识点1 算术平方根的概念及运算

- “ $\frac{16}{25}$ 的算术平方根是 $\frac{4}{5}$ ”,用式子表示为()
 A. $-\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}$ B. $\sqrt{\frac{16}{25}} = -\frac{4}{5}$
 C. $\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$ D. $-\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$
- (2025 宝鸡一中期中改编) 36 的算术平方根是()
 A. 6 B. -6 C. ± 6 D. $\sqrt{6}$
- 下列说法中,正确的是()
 A. 49 的算术平方根是 7
 B. -2 是 4 的算术平方根
 C. $(-2)^2$ 的算术平方根是 -2
 D. -9 的算术平方根是 3
- 一个数的算术平方根是 $\sqrt{3}$,这个数是()
 A. 9 B. 3 C. ± 9 D. $\sqrt{3}$
- 算术平方根等于本身的数是_____.
- (教材随堂练习 T1 变式) 求下列各数的算术平方根:
 (1) 7; (2) 1.21; (3) $\frac{49}{81}$;
 (4) 14400; (5) 10^{-6} .

知识点2 算术平方根的一般性结论: $(\sqrt{a})^2 =$

$$a \ (a \geq 0) \text{ 和 } \sqrt{a^2} = |a|$$

- 填空: $(\sqrt{2})^2 =$ _____; $\sqrt{(-2)^2} =$ _____;
 $\sqrt{2^2} =$ _____.

8. 计算:

$$(1) \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2};$$

$$(2) \sqrt{(-0.1)^2};$$

$$(3) (\sqrt{15})^2;$$

$$(4) \sqrt{\frac{25}{4}}.$$

知识点3 算术平方根的性质及其实际应用

- 故宫博物院的“大清受命之宝”(清二十五宝之一)——玉玺,它的印面为正方形,面积为 196 cm^2 ,则印面的边长为()
 A. 13 cm B. 14 cm
 C. 15 cm D. 16 cm
- (教材随堂练习 T2 变式) 如图 2-2-1, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 7$, $BC = 12$, 则中线 $AD =$ _____.

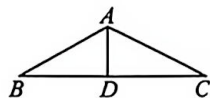


图 2-2-1

- 已知刹车距离的计算公式 $v = 16\sqrt{df}$, 其中 v 表示车速(单位: km/h), d 表示刹车距离(单位: m), f 表示摩擦系数. 在一次交通事故中, 测得 $d = 16 \text{ m}$, $f = 2.25$, 而发生交通事故的路段限速为 100 km/h, 通过计算说明事故汽车是否违规行驶.

12. 按如图 2-2-2 所示的程序计算,若开始输入的 x 值为 9,则最后输出的 y 值是 ()

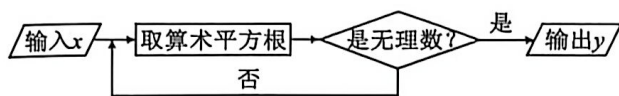


图 2-2-2

- A. $\sqrt{3}$ B. $\pm\sqrt{3}$ C. 3 D. ± 3
13. 已知 $|7+b| + \sqrt{a-1} = 0$, 则 $a+b =$ _____.
14. (教材随堂练习 T2 变式) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 已知两边长为 5, 12, 则第三边的长为 _____.
15. 若 $2x+1$ 的算术平方根是 2, 求 $x + \frac{1}{2}$ 的算术平方根.

16. (2025 西安经开三中月考) 当地时间 5 月 6 日, “从北京到巴黎——中法艺术家奥林匹克行”中国艺术大展在巴黎举办. 苏绣作品《荷露娇欲语》亮相巴黎, 向世人展示东方美学的韵味. 现有一张长方形绣布, 长、宽之比为 $3:2$, 绣布面积为 384 dm^2 .

- (1) 求绣布的周长;
- (2) 刺绣师傅想用这张绣布裁出一张面积为 198 dm^2 的完整圆形绣布来绣花鸟图, 她能够裁出来吗? 请说明理由. (π 取 3)

题组专练 算术平方根性质的应用

● 方法点拨

根据数轴上点的位置判断根号下代数式的正负进行化简.

1. 有理数 a, b 在数轴上对应的点的位置如图 2-2-3 所示.

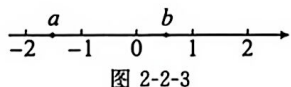


图 2-2-3

化简: $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} - \sqrt{(a-b)^2} + |a+b|$.

解: 观察数轴可知:

- (1) a _____ 0; (2) b _____ 0;
 (3) $a-b$ _____ 0; (4) $a+b$ _____ 0;
 (5) $\sqrt{a^2} =$ _____; (6) $\sqrt{b^2} =$ _____;
 (7) $\sqrt{(a-b)^2} =$ _____;
 (8) 请你写出化简过程.

2. 实数 a, b 在数轴上对应的点的位置如图 2-2-4 所示, 化简: $\sqrt{a^2} + \sqrt{(a+b)^2} - |b-a|$.

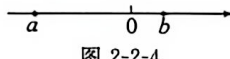


图 2-2-4

3. 实数 a, b, c 在数轴上的对应点的位置如图 2-2-5 所示, 化简: $\sqrt{(c-b)^2} + \sqrt{c^2} - \sqrt{(b-a)^2}$.

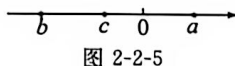


图 2-2-5

第2课时 平方根

A 知识要点分类练

夯实基础

知识点1 平方根的概念及其性质

- 因为 $4^2=16$, $(-4)^2=16$, 所以 16 的平方根是_____. 用式子表示为_____.
- 中国清代学者华蘅芳与英国人傅兰雅合译的《代数术》卷首有“代数之法, 无论何数, 皆可以任何记号代之”, 则 2 的平方根用符号可表示为 ()
A. 2^2 B. $\sqrt{2}$ C. $-\sqrt{2}$ D. $\pm\sqrt{2}$
- (2025 西安高新第一学校月考) 下列各数中, 没有平方根的是 ()
A. 10 B. 0 C. $(-2)^2$ D. -5
- 下列说法中正确的是 ()
A. -4 的平方根是 ± 2
B. 2 的平方根是 $\sqrt{2}$
C. 0 没有平方根
D. -3 是 9 的一个平方根
- 平方根等于本身的数是_____.
- 若有一个非负数 m , 它的平方根是 a 和 b , 则 $a+b=$ _____.
- (教材例3变式) 求下列各数的平方根:

(1) 25; (2) $\frac{16}{49}$;

(3) 2.25; (4) 5;

(5) $(-\frac{2}{9})^2$; (6) 10^{-6} .

知识点2 开平方

- 如果 $a^2=9$, 那么 a 的值为 ()
A. 3 B. -3 C. ± 3 D. 9
- 计算 $\pm\sqrt{81}$ 的值为 ()
A. ± 3 B. ± 9 C. 3 D. 9
- $\sqrt{9}$ 的平方根为 ()
A. 3 B. -3 C. ± 3 D. $\pm\sqrt{3}$
- (教材例4变式) 求下列各式的值:
(1) $\pm\sqrt{\frac{121}{4}}$; (2) $-\sqrt{0.0001}$;

(3) $\sqrt{(-25)^2}$; (4) $(-\sqrt{1.4})^2$.
- (教材随堂练习 T3 变式) 当 $m=13, n=12$ 时, 求 $\sqrt{m^2-n^2}$ 的值.

规律方法综合练

训练思维

13. 下列各数中一定有平方根的是 ()
 A. $a^2 - 5$ B. $-a$
 C. $a + 1$ D. $a^2 + 1$
14. 已知 $|b - 4| + \sqrt{a - 1} = 0$, 则 $\frac{a}{b}$ 的平方根是 ()
 A. $\pm \frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\pm \frac{1}{4}$
15. (2025 西安湖滨学校月考改编) 若 $2m - 5$ 与 $3m - 15$ 是同一个数的两个不相等的平方根, 则这个数是_____.
16. 求满足下列各式的未知数 x 的值.
 (1) $4x^2 = 100$; (2) $(x + 3)^2 = 5$.

17. 已知 $2a - 1$ 的平方根是 ± 3 , $3a + b - 1$ 的算术平方根是 4, 求 $a + 2b$ 的平方根.

18. 如图 2-2-6, 数轴的正半轴上有 A, B, C 三点, 表示 1 和 $\sqrt{2}$ 的点分别为 A, B , 点 B 到点 A 的距离与点 C 到原点 O 的距离相等, 设点 C 所表示的数为 x .

(1) 请你直接写出 x 的值;

(2) 求 $(x - \sqrt{2})^2$ 的平方根.

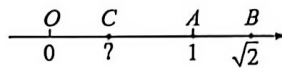


图 2-2-6

拓广探究创新练

提升素养

19. 已知 9, 4, a 三个数, 若这三个数中的一个数是另外两个数乘积的一个平方根, 求出所有符合条件的 a 的值.

第3课时 立方根

A 知识要点分类练

夯实基础

知识点1 立方根的概念及其性质

- (1) 因为 $(\quad)^3 = 8$, 所以 8 的立方根是 $\quad$, 用数学式子表示为 $\quad$;
(2) 因为 $(\quad)^3 = -64$, 所以 -64 的立方根是 $\quad$, 用数学式子表示为 $\quad$;
(3) 0 的立方根是 $\quad$.
- 下列说法中, 正确的是 $(\quad)$
A. 一个数的立方根有两个, 它们互为相反数
B. 立方根等于本身的数是 1, 0, -1
C. 如果一个数有立方根, 那么它一定有平方根
D. 一个数的立方根是非负数
- 已知 $4a+7$ 的立方根是 3, 则 $a = \quad$.
- (教材例 5 变式) 求下列各数的立方根:

(1) 729; (2) $-\frac{64}{125}$; (3) 0.512;

(4) $(-5)^3$; (5) -10.

知识点2 开立方

- 下列计算正确的是 $(\quad)$
A. $\sqrt[3]{(-2)^3} = 2$ B. $\sqrt[3]{-0.064} = -0.4$
C. $(\sqrt[3]{-21})^3 = 21$ D. $-\sqrt[3]{8\frac{1}{8}} = -2\frac{1}{2}$

- (教材例 6 变式) 求下列各式的值:

(1) $-\sqrt[3]{64}$; (2) $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}}$;

(3) $\sqrt[3]{0.343}$; (4) $\sqrt[3]{5^3}$.

知识点3 立方根的实际应用

- 蓄水池(如图 2-2-7)是用人工材料修建、具有防渗作用的蓄水设施. 某地准备修建一个容积为 125 m^3 的正方体蓄水池, 则该正方体蓄水池的棱长为 $\quad \text{m}$.



图 2-2-7

- 正方体 A 的体积是正方体 B 的体积的 27 倍, 那么正方体 A 的棱长是正方体 B 的棱长的 $\quad$ 倍.

B 规律方法综合练

训练思维

- 已知一个正方体的体积是 729 cm^3 , 现在要在它的 8 个角上分别截去 1 个大小相同的小正方体, 使得截去后余下的体积是 665 cm^3 , 则截去的每个小正方体的棱长均是 $(\quad)$
A. 8 cm B. 6 cm C. 4 cm D. 2 cm
- 已知 $\sqrt[3]{a-3} = a-3$, 则 a 的值为 $\quad$.
- 求下列各式中 x 的值:

(1) $x^3 - 3 = \frac{3}{8}$; (2) $(2x+1)^3 + 64 = 0$.

无理数的发现

阅读材料

公元前 6 世纪古希腊的毕达哥拉斯学派认为“万物皆数”，即“宇宙间的一切现象都能归结为整数或整数之比”。也就是说，一切现象都可以用有理数去描述。后来，这一学派的一个成员希帕索斯发现，边长为 1 的正方形的对角线的长就无法用整数或整数之比来表示（如图 2-S-1），由此引发了第一次数学危机，发现了无理数。

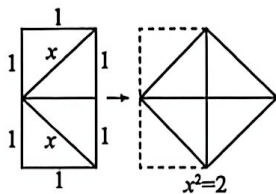


图 2-S-1

$\sqrt{3}$ 是有理数吗？阅读下列说明过程，并完成相应问题。

解：假设 $\sqrt{3}$ 是有理数，那么存在两个互质的正整数 p, q ，使得 $\sqrt{3} = \frac{p}{q}$ ，即 $p = \sqrt{3}q$ ，

两边平方，得 ① 。

所以 p^2 含有因数 3，所以 p 含有因数 3。

设 $p = 3m$ (m 为正整数)，则 $p^2 = 9m^2$ ，

所以 ② 。

所以 q^2 含有因数 3，

所以 q 含有因数 3，

这样 p, q 有公因数 3，不互质，这与假设 p, q 互质矛盾。

所以 $\sqrt{3}$ 不是有理数。

(1) 将上面的说明过程补充完整。

① _____，② _____；

(2) 类比上述的说明过程，推理说明 $\sqrt{3}$ 不是有理数。

第4课时 估算

知识要点分类练

夯实基础

知识点1 估计无理数的大小

- 估计 $\sqrt{5}$ 的值在 ()
A. 1 和 2 之间 B. 2 和 3 之间
C. 3 和 4 之间 D. 4 和 5 之间
- 估计 $1+\sqrt{6}$ 的值在 ()
A. 1 和 2 之间 B. 2 和 3 之间
C. 3 和 4 之间 D. 4 和 5 之间
- (2025 福建) 下列实数中, 最小的数是 ()
A. -1 B. 0 C. $\sqrt{2}$ D. 2
- (2025 重庆) 若 n 为正整数, 且满足 $n < \sqrt{26} < n+1$, 则 $n =$ _____.
- (2025 陕西) 满足 $\sqrt{2} < a < 5$ 的整数 a 可以是 _____ (写出一个符合题意的数即可).
- 如图 2-2-8①, 将两块边长均为 3 cm 的正方形纸板沿对角线剪开, 拼成如图②所示的一个大正方形, 则大正方形的面积是 _____ cm^2 , 大正方形的边长是 _____ cm, 这个边长的值在相邻的两个整数 _____ 和 _____ 之间.

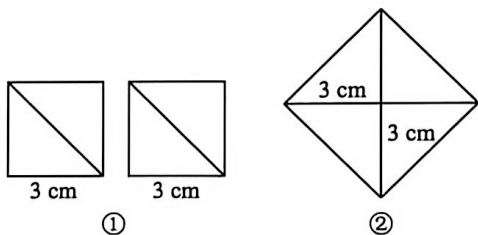


图 2-2-8

知识点2 用估算法比较两个数的大小

- 比较大小: $\sqrt{6}$ _____ 2 (填“>”“<”或“=”).
- (2025 西安交大附中期末) 满足 $\sqrt{2} < a < 4$ 的整数 a 可以是 _____ (写出一个符合题意的数即可).
- 我国古代数学家张衡将圆周率取值为 $\sqrt{10}$, 祖冲之给出圆周率的一种分数形式的近似值为 $\frac{22}{7}$. 比较大小: $\sqrt{10}$ _____ $\frac{22}{7}$ (填“>”或“<”).

- 通过估算, 比较下列各组数中两个数的大小.

(1) $\sqrt{76}$ 与 8.5; (2) $-\sqrt{10}$ 与 -3;

(3) $\frac{\sqrt{7}-2}{2}$ 与 $\frac{1}{2}$; (4) $\sqrt[3]{25}$ 与 2.5.

- (教材例 7 变式) 如图 2-2-9, 一根旗杆 AC 高 10 m, 旗杆顶部 A 与地面一固定点 B 之间要拉一笔直的铁丝 (不计损耗), 已知固定点 B 到旗杆底部 C 的距离是 7 m, 一工人准备了长为 12.5 m 的铁丝, 你认为这根铁丝够用吗? 并说明理由.

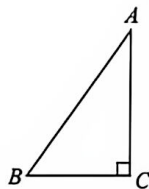


图 2-2-9

知识点3 利用计算器求平方根和立方根

- 利用计算器比较 $2\sqrt{33}$, $3\sqrt{22}$ 和 $4\sqrt{11}$ 的大小, 正确的是 ()
A. $2\sqrt{33} < 4\sqrt{11} < 3\sqrt{22}$
B. $4\sqrt{11} < 2\sqrt{33} < 3\sqrt{22}$
C. $2\sqrt{33} < 3\sqrt{22} < 4\sqrt{11}$
D. $3\sqrt{22} < 4\sqrt{11} < 2\sqrt{33}$

13. 利用计算器比较下列各数的大小:

(1) $\sqrt{14}$ _____ $\sqrt[3]{56}$;

(2) $-\sqrt{21}$ _____ $-\sqrt[3]{100}$;

(3) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ _____ $\sqrt[3]{0.23}$.

B 规律方法综合练

训练思维

14. 读了《曹冲称象》的故事后,亮亮深受启发,他利用排水法测出了正方体物块的体积(即物块的体积等于排出的水的体积).如图

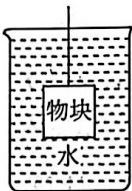


图 2-2-10

2-2-10,他将一个正方体物块悬挂后完全浸入盛满水的圆柱形容器中(绳子的体积忽略不计),测得溢出的水的体积为 50 cm^3 . 由此,可估计该正方体物块的棱长(单位:cm)位于哪两个相邻的整数之间 ()

- A. 1 和 2 之间 B. 2 和 3 之间
C. 3 和 4 之间 D. 4 和 5 之间

15. **新情境 数学文化** 我国南宋时期数学家秦九韶曾提出利用三角形的三边求面积的公式,即三角形的三边长分别为 a, b, c ,记 $p = \frac{a+b+c}{2}$,那么

面积 $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$. 若某个三角形的三边长分别为 2, 3, 3, 其面积 S 介于整数 n 和 $n+1$ 之间,则 n 的值为 ()

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

16. 如图 2-2-11,在由边长均为 1 的小正方形组成的网格中,有格点 A, B ,则线段 AB 的长度在数轴上对应的点位于数轴上的 ()

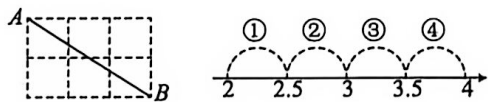


图 2-2-11

- A. ①段 B. ②段 C. ③段 D. ④段

17. (1) 已知 a 是 $\sqrt{19}$ 的整数部分, b 是 $\sqrt{19}$ 的小数部分,则 $a =$ _____, $b =$ _____;

(2) 已知 a 是 $9 + \sqrt{13}$ 的小数部分, b 是 $9 - \sqrt{13}$ 的小数部分,则 $a + b$ 的平方根为 _____.

18. 比较 $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ 与 $\frac{13}{8}$ 的大小.

C 拓广探究创新练

提升素养

19. “数形结合”是一种重要的数学思想,通过数和形之间的对应关系和相互转化可以解决很多抽象的数学问题. 为了比较 $\sqrt{10} + 1$ 与 $\sqrt{17}$ 的大小,我们可以构造如图 2-2-12 所示的图形进行推算: 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 4$, 点 D 在 BC 上, 且 $BD = AC = 1$, 这样就可以得出 $\sqrt{10} + 1$ 与 $\sqrt{17}$ 的大小关系.

请写出 $\sqrt{10} + 1$ 与 $\sqrt{17}$ 的大小关系并结合图形通过计算说明理由.

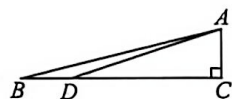


图 2-2-12

3 第1课时 二次根式的概念及乘除运算

A 知识要点分类练

夯实基础

知识点1 二次根式的概念

- 下列各式中,一定是二次根式的是 ()
A. $\sqrt{-3}$ B. $\sqrt[3]{2}$ C. $\sqrt{2a}$ D. $\sqrt{4}$
- (2025 咸阳实验中学月考)当代数式 $\sqrt{4-x}$ 在实数范围内有意义时, x 的值可以为_____
(任意写出一个即可).

知识点2 二次根式的乘除法

- 计算 $\sqrt{2} \times \sqrt{5}$ 的结果为 ()
A. 10 B. $\sqrt{10}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $5\sqrt{2}$
- (2025 广东)计算 $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$ 的结果是 ()
A. 3 B. 6 C. $\sqrt{6}$ D. $2\sqrt{6}$
- 下列计算正确的是 ()
A. $\sqrt{24} \div \sqrt{6} = 4$ B. $\sqrt{24} \div \sqrt{6} = 2$
C. $\sqrt{24} \div \sqrt{6} = \sqrt{2}$ D. $\sqrt{24} \div \sqrt{6} = \sqrt{3}$
- 计算:

$$(1) \sqrt{8} \times \sqrt{\frac{1}{2}}; \quad (2) 3\sqrt{2} \times 2\sqrt{5};$$

$$(3) \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}}; \quad (4) \frac{\sqrt{12} \times \sqrt{6}}{\sqrt{24}};$$

$$(5) \sqrt{12} \div \sqrt{\frac{1}{3}} - 4.$$

知识点3 利用乘法公式或运算律进行二次根式计算

- (2025 河北)计算: $(\sqrt{10} + \sqrt{6})(\sqrt{10} - \sqrt{6})$ 等于 ()
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
- 若 $(3 + \sqrt{3})^2 = a + b\sqrt{3}$ (a, b 为有理数),则
 $a =$ _____, $b =$ _____.
- 计算:

$$(1) (\sqrt{15} + 5)(\sqrt{15} - 5);$$

$$(2) (\sqrt{2} + \sqrt{7})^2;$$

$$(3) (\sqrt{8} - \sqrt{\frac{1}{2}}) \times \sqrt{2};$$

$$(4) \frac{\sqrt{45} - \sqrt{20}}{\sqrt{5}}.$$

B 规律方法综合练

训练思维

10. 在式子 $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt{-2}$, $\sqrt{(x+3)^2}$, $\sqrt{\frac{1}{x^2+5}}$

中,是二次根式的有 ()

A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

11. 若 $\sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{6}{x}}$ 的计算结果是整数,则整数 x 的

值是 ()

A. 6 或 2 B. 1 或 2

C. 2 或 18 D. 只有 2

12. 计算: $\sqrt{16} \div \sqrt{2} \times \sqrt{\frac{1}{2}} =$ _____.

13. 计算: (1) $\sqrt{1\frac{2}{3}} \div \sqrt{2\frac{1}{3}} \times \sqrt{1\frac{2}{5}}$;

$$(2) \frac{\sqrt{12} - \sqrt{27}}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} \div \sqrt{\frac{1}{3}};$$

(3) [教材随堂练习(2)变式] $(1+\sqrt{5})(2-\sqrt{5})$.

14. (教材习题 2.3T7 变式) 如图 2-3-1, 网格中每个小方格的边长均为 1, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

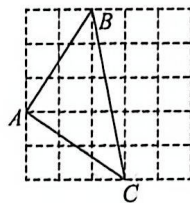


图 2-3-1

C 拓广探究创新练

提升素养

15. **新考法探究性** 观察下列按一定规律排列的二次根式: $\sqrt{2}, \sqrt{6}, \sqrt{12}, \sqrt{20}, \dots$.

(1) 根据你发现的规律猜想第 n (n 是正整数) 个二次根式是什么;

(2) 求前 8 个二次根式的积.

第2课时 二次根式的化简及加减运算

A 知识要点分类练

夯实基础

知识点1 二次根式的乘除法的逆用

1. 计算:

$$(1) \sqrt{9 \times 25} = \sqrt{\quad} \times \sqrt{\quad} = \quad \times \quad = \quad;$$

$$(2) \sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt{(\quad)}}{\sqrt{(\quad)}} = \left(\frac{\quad}{\quad}\right).$$

2. 计算:

$$(1) \sqrt{36 \times 4}; \quad (2) \sqrt{16 \times 5};$$

$$(3) \sqrt{\frac{3}{49}}.$$

知识点2 最简二次根式与二次根式的化简

3. 下列式子中,属于最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{4}$ B. $\sqrt{5}$ C. $\sqrt{0.2}$ D. $\sqrt{\frac{1}{3}}$

4. 如果 $\sqrt{x+3}$ 是最简二次根式,那么 x 的值可能是_____. (填一个正确的即可)

5. (教材随堂练习 T1 变式) 化简:

$$(1) \sqrt{20}; \quad (2) \sqrt{\frac{8}{25}}; \quad (3) \frac{5}{\sqrt{6}};$$

$$(4) \sqrt{\frac{32}{3}};$$

$$(5) \sqrt{2.4}.$$

知识点3 二次根式的加减运算

$$6. \text{ 计算: } (1) 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = (\quad + \quad)\sqrt{2} = \quad;$$

$$(2) \sqrt{27} - \sqrt{12} = \quad - \quad = (\quad - \quad)\sqrt{\quad} = \quad.$$

7. 下列二次根式化简后,能与 $\sqrt{3}$ 合并的是 ()

A. $\sqrt{18}$ B. $\sqrt{\frac{1}{3}}$ C. $\sqrt{20}$ D. $\sqrt{24}$

8. 下列各式计算正确的是 ()

A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $2 + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
C. $2\sqrt{6} - \sqrt{6} = 1$ D. $3\sqrt{2} - \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$

9. 计算:

$$(1) \sqrt{50} + \sqrt{18}; \quad (2) \sqrt{12} - \sqrt{\frac{1}{3}};$$

$$(3) \sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{\frac{9}{5}};$$

$$(4) \sqrt{2} \left(\sqrt{6} - \sqrt{\frac{3}{2}} \right).$$

10. 有下列各式: ① $\sqrt{8}$; ② $\sqrt{\frac{1}{2}}$; ③ $\sqrt{12}$; ④ $\sqrt{3}$;

⑤ $\sqrt{51}$. 其中是最简二次根式的有 ()

A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个

11. (教材习题 2.3T4 变式) 若直角三角形的两条直角边长分别为 6 cm 和 12 cm, 则此直角三角形的斜边长是 ()

A. $6\sqrt{5}$ cm B. $6\sqrt{3}$ cm

C. 9 cm D. 27 cm

12. 若 $\sqrt{12} + \sqrt{y} = \sqrt{27}$, 则 y 的值为_____.

13. 计算:

(1) $\sqrt{20} + \sqrt{5}(2 + \sqrt{5})$;

(2) $(\sqrt{48} + \sqrt{20}) - (\sqrt{12} - \sqrt{5})$.

(2) 如图②, 若嘉嘉摸出全部的球, 计算结果为 x , 淇淇说 x 的值能与 $\sqrt{48}$ 合并. 你认为淇淇的说法正确吗? 请说明理由.

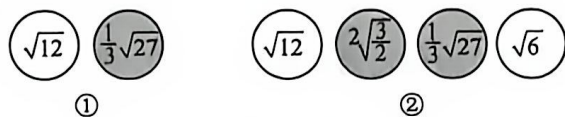


图 2-3-2

C 拓广探究创新练

提升素养

15. 观察等式: $\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, $2 + \frac{2}{3} = \frac{4 \times 2}{3}$,

$$\sqrt{5} + \frac{\sqrt{5}}{4} = \frac{5\sqrt{5}}{4}, \dots$$

(1) 请用含 n ($n \geq 3$ 且 n 是整数) 的式子表示出上述等式的规律: _____;

(2) 按上述规律, 若 $\sqrt{10} + \frac{a}{b} = \frac{10a}{9}$, 则 $a + b =$ _____;

(3) 仿照上面内容, 另编一个等式, 验证你在(1)中得到的规律.

14. 嘉嘉和淇淇同学玩一个摸球计算游戏, 在一个不透明的容器中放入四个除颜色和球上所标数不同外, 其余均相同的小球. 现从容器中摸取小球, 若摸到白色球, 就加上球上的数; 若摸到灰色球, 就减去球上的数.

(1) 若嘉嘉摸到如图 2-3-2①所示的两个小球, 请计算出结果;

第3课时 二次根式的混合运算

A 知识要点分类练

夯实基础

知识点1 分母化为有理数

1. 计算:

$$(1) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2 \times (\quad)}}{\sqrt{5 \times (\quad)}} = \frac{(\quad)}{(\quad)};$$

$$(2) \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2} \times (\quad)}{\sqrt{5} \times (\quad)} = \frac{(\quad)}{(\quad)}.$$

2. 计算 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 的结果是 ()

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $2\sqrt{2}$ 的倒数是 ()

A. $-2\sqrt{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

知识点2 二次根式的混合运算

4. (2025 西安铁一滨河学校期末) 下列运算正确的是 ()

A. $2\sqrt{3} - \sqrt{3} = 1$ B. $\sqrt{25} = \pm 5$
C. $\sqrt{27} \div \sqrt{3} = 3$ D. $\sqrt{12} \times \sqrt{\frac{1}{3}} = 4$

5. 如图 2-3-3 是一个程序框图, 若输入 $x = 72$, 则输出 y 的值为 ()

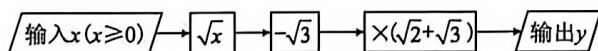


图 2-3-3

A. $15 + 7\sqrt{6}$ B. $9 + 5\sqrt{6}$
C. $9 - 5\sqrt{6}$ D. $5\sqrt{6}$

6. 老师设计了一个“接力游戏”, 用合作的方式完成二次根式的混合运算, 如图 2-3-4, 老师把题目交给一位同学, 他完成一步解答后交给第二位同学, 依次进行, 最后完成计算. 规则是每人只能看到前一人传过来的式子. 接力中, 自己负责的式子出现错误的是 ()

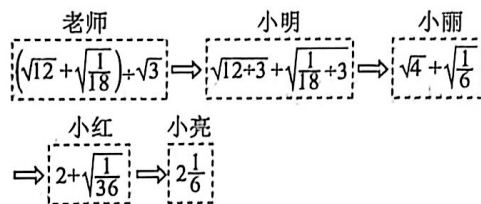


图 2-3-4

- A. 小明和小丽 B. 小丽和小红
C. 小红和小亮 D. 小丽和小亮

7. 计算:

(1) $\sqrt{\frac{3}{5}} - \sqrt{\frac{5}{2}}$; (2) $\sqrt{45} - \sqrt{20} + \sqrt{\frac{5}{9}}$;

(3) $(\sqrt{96} - \sqrt{\frac{1}{6}}) \div \sqrt{3}$;

(4) $2\sqrt{18} + \sqrt{32} - 16\sqrt{\frac{1}{8}}$;

(5) (2025 甘肃) $\sqrt{12} - \sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$.

知识点3 二次根式化简求值

8. 若 $a = \sqrt{2}$, $b = \sqrt{7}$, 则 $\sqrt{\frac{14a^2}{b^2}}$ 等于 ()

A. 2 B. 4 C. $\sqrt{7}$ D. $\sqrt{2}$

9. 若 $x = \sqrt{2} + 1$, 则代数式 $x^2 - 2x + 2$ 的值为 _____.

(2) $(\sqrt{12} + \sqrt{27} - 3\sqrt{\frac{1}{3}}) \div \sqrt{3}$.

10. 估计 $(2\sqrt{5} + 5\sqrt{2}) \times \sqrt{\frac{1}{5}}$ 的值应在 ()

- A. 4 和 5 之间 B. 5 和 6 之间
C. 6 和 7 之间 D. 7 和 8 之间

11. 已知 $m = \sqrt{3} + 1, n = \sqrt{3} - 1$, 则 $m^2 + 2mn + n^2$ 的值为 ()

- A. $2\sqrt{3}$ B. 12 C. 10 D. 6

12. 数学课上, 嘉嘉做了几道计算题: ① $\sqrt{4} = \pm 2$, ② $\sqrt{5} + \sqrt{2} = \sqrt{7}$, ③ $\sqrt{5} \times \sqrt{8} = 2\sqrt{10}$, ④ $9 \div \frac{3}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3} = 3$, ⑤ $(2 - \sqrt{2})^2 = 6 - 4\sqrt{2}$.

请你当小老师检查一下, 嘉嘉做对了 _____ 道题.

13. 计算:

(1) $2\sqrt{27} - 3\sqrt{12} + \sqrt{45}$;

14. 如图 2-3-5, 在正方形网格中, 每个小正方形的边长均为 1, $\triangle ABC$ 为格点三角形 (即 A, B, C 均为格点), 求 BC 边上的高.

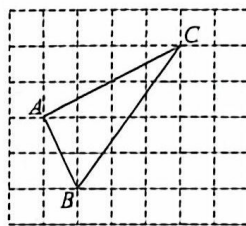


图 2-3-5

根植教材 运用平方差公式把分母化为有理数

教材母题

(教材习题 2.3T12) 我们已经知道 $(\sqrt{13} + 3) \times (\sqrt{13} - 3) = 4$, 因此将 $\frac{8}{\sqrt{13} - 3}$ 的分子、分母同时乘 “ $\sqrt{13} + 3$ ”, 分母就变成了 4. 请仿照这种方法化简: $\frac{1}{2 + \sqrt{3}}, \frac{2}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$.

针对训练

1. $\frac{1}{2 - \sqrt{3}} = \frac{(\quad)}{(2 - \sqrt{3})(\quad)} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 若 $a = 1 + \sqrt{2}, b = \frac{1}{1 - \sqrt{2}}$, 则 a 与 b 的关系是

()

- A. 互为相反数 B. 互为倒数
C. 相等 D. 和为 1

3. 计算: $\frac{1}{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}$.

4. 化简: $\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2025} + \sqrt{2026}}$.

专题训练(三) 实数中常见的易错题

► 易错点一 概念不清

- 数 $\frac{\pi}{3}$, 3.14 , $\frac{22}{7}$, $\sqrt{3}$, $-\sqrt{16}$, $\sqrt{8}$, $0.\dot{2}\dot{3}$, $-0.1010010001\cdots$ (相邻两个 1 之间 0 的个数逐次加 1), $\sqrt[3]{-125}$, $\sqrt{(-2)^2}$, $\sqrt{0.9}$ 中, 无理数的个数为 ()
A. 5 B. 2 C. 3 D. 4
- 有下列说法: ①每一个无理数都可以用数轴上的一个点来表示; ② $-a^2$ 没有平方根; ③ $\sqrt{16}$ 的算术平方根是 4; ④平方根与立方根相同的数是 0 和 1; ⑤ 0.01 的算术平方根是 0.1; ⑥ $-\pi$ 是 $(-\pi)^2$ 的平方根. 其中正确的有 ()
A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个
- 若式子 $\sqrt{3-x}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是 ()
A. $x > 3$ B. $x \geq 3$
C. $x < 3$ D. $x \leq 3$

► 易错点二 情况考虑不全

- 若 $a^2 = 64$, 则 $\sqrt[3]{a} =$ _____.
- 已知 $3x-2$ 与 $x+4$ 是一个正数 a 的平方根, 则这个正数 a 的值为 _____.

► 易错点三 化简、变形时符号出错

- (2025 西安经开一中月考) 已知实数 a, b, c 在数轴上对应点的位置如图 3-ZT-1 所示, 化简:
 $|a| - \sqrt{(a+c)^2} + \sqrt{(c-a)^2} - \sqrt{b^2}$.

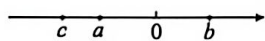


图 3-ZT-1

- 已知实数 a, b, c 在数轴上的对应点的位置如图 3-ZT-2 所示, 化简: $\sqrt{(c-a)^2} - |a+b| + \sqrt[3]{b^3}$.

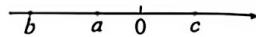


图 3-ZT-2

► 易错点四 运算中出错

题型一 混淆运算律或法则

- 计算: (1) $\sqrt{27} \div \sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$;

$$(2) \frac{\sqrt{20} + \sqrt{5}}{\sqrt{5}} + \sqrt{50};$$

$$(3) \sqrt{3} \div \left(\sqrt{\frac{1}{3}} + \sqrt{\frac{3}{16}} \right);$$

$$(2) (\sqrt{5}-1)^2 + (\sqrt{3}+2)(2-\sqrt{3}) + \frac{10}{\sqrt{5}}.$$

$$(4) (2024 \text{ 渭南临渭区三模}) \sqrt{27} - \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{6} + \sqrt{45} \div \sqrt{5}.$$

题型二 用错乘法公式导致错误

9. 计算: (1) (2025 西工大附中期中) $(2+\sqrt{5}) \times (2-\sqrt{5}) - (\sqrt{3}-1)^2$;

题型三 对平方根和立方根的概念不清导致错误

10. 求满足下列各式的未知数 x :

$$(1) (2x+1)^2 = 25;$$

$$(2) (2025 \text{ 西安经开一中期中}) 8(x+1)^3 = -27.$$

专题训练(四) 二次根式的运算及化简求值技巧

► 技巧一 巧用二次根式的定义解题

1. (2024 西安高新一中月考) 若实数 x, y 满足 $y = \sqrt{x-4} + \sqrt{4-x} - 2$, 则 xy 的值为 ()
A. -8 B. -2 C. 2 D. 8

2. 已知 $y = -1 + \sqrt{2026-2x} + \sqrt{2x-2026}$, 则 y^x 的值是_____.

► 技巧二 巧用非负性解题

3. 已知 x, y 为实数, 且满足 $\sqrt{1+x} - (y-1)\sqrt{1-y} = 0$, 那么 $x^{2026} - y^{2026} =$ _____.
4. 已知实数 x, y 满足 $\sqrt{2x+4} + y^2 - 16y + 64 = 0$, 求 $\sqrt{(xy)^2}$ 的值.

► 技巧三 巧用乘法公式和幂的性质解题

5. 计算: $(\sqrt{5}+2)^{2025}(\sqrt{5}-2)^{2026} =$ _____.
6. 计算:
 $(2\sqrt{5}+3\sqrt{2})^2(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{2}-1)^2$.

► 技巧四 巧用整体思想解题

7. 已知 $a+b = -3, ab = 1$, 则 $\sqrt{\frac{b}{a}} + \sqrt{\frac{a}{b}} =$ _____.

8. 已知 $a = \sqrt{3} - \sqrt{2}, b = \sqrt{3} + \sqrt{2}$. 求:

- (1) $a^2b - ab^2$ 的值;
(2) $a^2 + ab + b^2$ 的值.

9. (2024 西安咸新区期中) 在数学课外学习活动中, 晓晨和同学们遇到一道题: 已知 $a = \frac{1}{\sqrt{10}-3}$, 求 $2a^2 - 12a + 3$ 的值.

经过讨论, 他们是这样解答的:

$$\text{因为 } a = \frac{1}{\sqrt{10}-3} = \frac{1 \times (\sqrt{10}+3)}{(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)} = \sqrt{10}+3,$$

$$\text{所以 } a-3 = \sqrt{10}.$$

$$\text{所以 } (a-3)^2 = 10, \text{ 即 } a^2 - 6a + 9 = 10.$$

$$\text{所以 } a^2 - 6a = 1.$$

$$\text{所以 } 2a^2 - 12a + 3 = 2(a^2 - 6a) + 3 = 2 \times 1 + 3 = 5.$$

请你根据他们的分析过程, 解决下列问题:

(1) 若 $m = \frac{2}{\sqrt{11}+3}$, 求 $m^2 + 6m$ 的值;

(2) 若 $n = \frac{1}{\sqrt{17}-4}$, 求 $2n^2 - 16n + 9$ 的值.

专题训练(五) 求二次根式和的最小值(数形结合)

典例呈现

已知 x 为正实数, 则代数式 $\sqrt{x^2+3^2} + \sqrt{(12-x)^2+2^2}$ 的最小值为_____.

【思路分析】 $\sqrt{x^2+3^2}$ 和 $\sqrt{(12-x)^2+2^2}$ 是勾股定理的形式, $\sqrt{x^2+3^2}$ 可看作直角边长分别是 x 和 3 的直角三角形的斜边长, $\sqrt{(12-x)^2+2^2}$ 可看作直角边长分别是 $12-x$ 和 2 的直角三角形的斜边长, 因此, 我们构造两个直角三角形 ABC 和 DEF , 并使直角边 BC 和 EF 在同一直线上(图 5-ZT-1①).

向右平移直角三角形 ABC , 使点 B 和点 E 重合(图②).

这时 $CF=x+12-x=12$, $AC=3$, $DF=2$, 问题就变成“点 B 在线段 CF 的何处时, $AB+DB$ 最短?”

根据两点之间线段最短, 得到线段 AD 的长就是 $AB+DB$ 的最小值(图③).

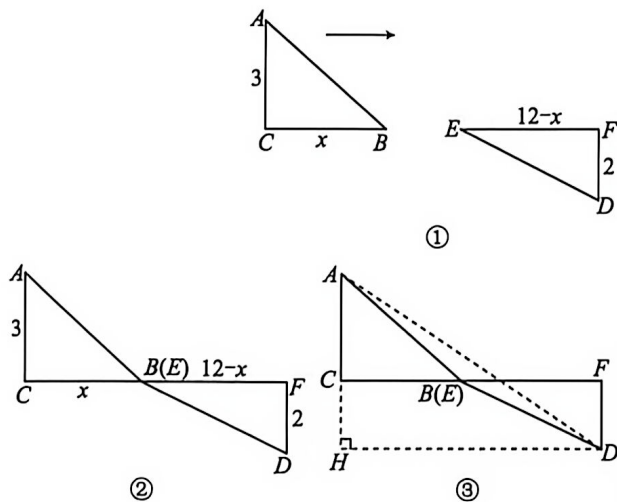


图 5-ZT-1

针对训练

- 已知 x 为正实数, 则代数式 $\sqrt{x^2+4} + \sqrt{(8-x)^2+16}$ 的最小值为_____.
- 已知 x 为正实数, 求代数式 $\sqrt{x^2+25} + \sqrt{(x-5)^2+49}$ 的最小值.

- 已知 m, n 均为正实数, 且 $m+n=3$, 求 $\sqrt{m^2+1} + \sqrt{n^2+9}$ 的最小值.

实战演练

- 已知 x 为正实数, 则 $\sqrt{(x-1)^2+4} + \sqrt{(x-7)^2+100}$ 的最小值为_____.

- 如图 5-ZT-2①, 正方形 $ABCD$ 的边长为 3, 点 E 在边 AB 上, 且 $BE=1$, F 为对角线 AC 上一动点, 欲使 $\triangle BFE$ 的周长最小.

(1) 在图中确定点 F 的位置(尺规作图, 要有必要的画图痕迹, 不用写画法);

(2) $\triangle BFE$ 周长的最小值为_____;

(3) 如图②, 在长方形 $ABCD$ 中, $AB=5$, $AD=4$, 在长方形 $ABCD$ 内部有一动点 P ,

满足 $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{4} S_{\text{长方形}ABCD}$, 则点 P 到 A, B 两点的距离和 $PA+PB$ 的最小值为_____;

(4) 如图③, $\angle ABD = \angle BDE = 90^\circ$, $AB=2$, $BD=DE=3$. 请构造合理的数学模型, 则

$\sqrt{x^2+4} + \sqrt{(3-x)^2+9}$ ($x>0$) 的最小值为_____.

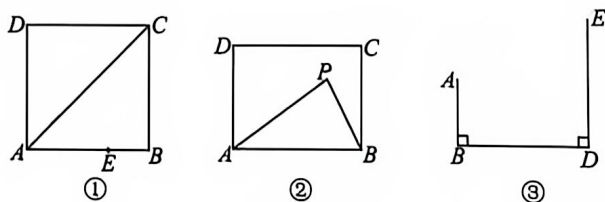
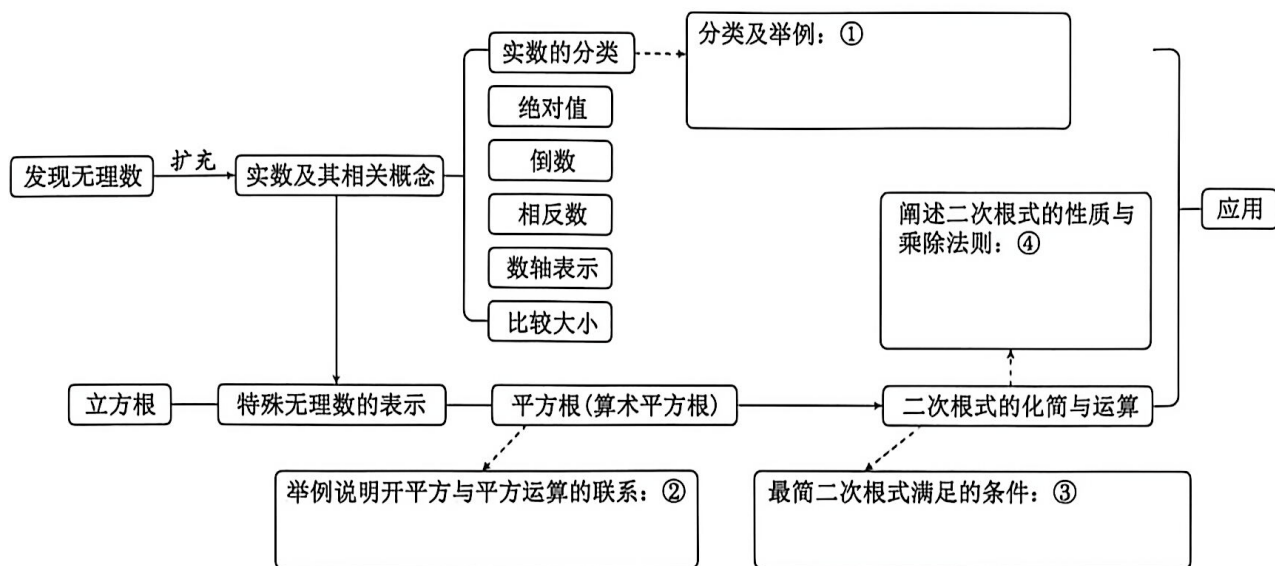


图 5-ZT-2

回顾与思考

Q 知识结构关系



Q 核心要点回顾

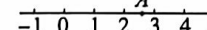
核心要点一 算术平方根、平方根、立方根的概念和意义

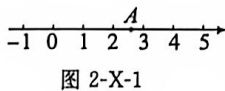
1. 下列说法正确的是 ()
- A. -2 是 -4 的平方根
- B. 2 是 $(-2)^2$ 的算术平方根
- C. $(-2)^2$ 的平方根是 2
- D. 8 的立方根是 ± 2
2. 求下列各式的值:

$$(1) \pm \sqrt{\frac{4}{5}};$$

$$(2) - \sqrt[3]{-\frac{512}{125}}$$

核心要点二 无理数的估算

3. (2025 咸阳启迪中学模拟) 下列四个实数中, 最大的数是 ()
- A. $-\frac{2}{3}$ B. 0 C. 3 D. $\sqrt{7}$
4. (2025 扬州) 如图 2-X-1, 数轴上点 A 表示的数可能是
- 
- 图 2-X-1
- ()
- A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\sqrt{7}$ D. $\sqrt{10}$



5. (2025 烟台) 实数 $3\sqrt{2}$ 的整数部分为_____.
6. 已知 a, b 为连续正整数, 且 $a < \sqrt{13} < b$, 则 $a^2 - 2ab + b^2$ 的值为_____.

核心要点三 实数的概念、分类及性质

7. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ 的绝对值的倒数是 ()

A. $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

8. 如图 2-X-2 所示, 数轴上点 A 所表示的数为 a , 则 a 的值是 .

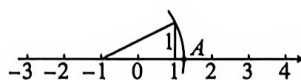


图 2-X-2

9. 把下列各数填入相应的集合中:

$$0, -7.5, \sqrt{15}, 4, \frac{2}{3}, \sqrt[3]{-27}, 0.31, -\frac{\pi}{3}, 6.\dot{7}8\dot{9},$$

0.1010010001... (相邻两个 1 之间 0 的个数逐次加 1).

- (1)有理数集合： $\{ \quad \dots \}$;
(2)无理数集合： $\{ \quad \dots \}$;
(3)正实数集合： $\{ \quad \dots \}$;
(4)负实数集合： $\{ \quad \dots \}$.

核心要点四 二次根式的有关概念及性质

10. 下列二次根式中,是最简二次根式的是 ()

A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{12}$ C. $\sqrt{\frac{1}{5}}$ D. $\sqrt{a^2}$

11. 若 $\sqrt{2x-4}$ 在实数范围内有意义,则 x 的取值可能为_____.

12. 化简下列二次根式:

(1) $\sqrt{75}$ = _____; (2) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ = _____;

(3) $\sqrt{1\frac{1}{3}}$ = _____.

核心要点五 二次根式的混合运算

13. 下列计算正确的是 ()

A. $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{5}$ B. $2\sqrt{3} - \sqrt{3} = 2$

C. $\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{6}$ D. $\sqrt{12} \div 3 = 2$

14. 计算:

(1) $\frac{\sqrt{20} + \sqrt{45}}{\sqrt{5}}$;

(2) $4\sqrt{3} - \sqrt{12} + \sqrt{48} \times \sqrt{\frac{1}{3}}$;

(3) $(1-2\sqrt{3})(1+2\sqrt{3}) - (1+\sqrt{3})^2$;

(4) $\frac{\sqrt{20} + \sqrt{5}}{\sqrt{45}} - \sqrt{\frac{1}{3}} \times \sqrt{6}$.

综合素养提升

15. (2025 西安新城区期中) 问题提出

(1) 填空: $4 + 3$ _____ $2\sqrt{4 \times 3}$, $1 + \frac{1}{6}$

_____ $2\sqrt{1 \times \frac{1}{6}}$, $5 + 5$ _____

$2\sqrt{5 \times 5}$ (填“=”“>”或“<”);

问题探究

(2) 由(1)中的式子猜想 $m+n$ 与 $2\sqrt{mn}$ ($m \geq 0$, $n \geq 0$) 的大小关系,并说明理由;

问题解决

(3) 请利用上述结论解决下面的问题:某园林设计师要对园林的一个区域进行设计改造,将该区域用篱笆围成长方形花圃,如图 2-X-3,花圃恰好可以借用一面足够长的墙体.为了围成面积为 200 平方米的花圃,至少需要篱笆多少米?

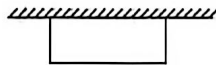


图 2-X-3